

2021 年度 玉川学園高等部入学試験問題

数 学

(注意事項)

- (1) 試験時間は 50 分間、配点は 100 点満点です。
 - (2) 問題用紙は ～ の 17 ページです。
 - (3) 解答用紙には、受験番号を記入しなさい。
 - (4) 解答は、すべて別紙の解答用紙の所定欄に記入しなさい。
 - (5) 解答用紙の*欄には、何も記入してはいけません。
 - (6) 試験開始の合図があるまでは、問題用紙を開かないでください。
 - (7) 印刷が不明瞭な場合をのぞいては、質問は受けつけません。
-
- (8) 解答は、できるだけ簡単なものにしなさい。
 - (9) 計算は、問題用紙の余白を使用しなさい。

1 次の計算をせよ。

$$\textcircled{1} \left(-\frac{1}{2}\right)^3 \div \frac{3}{4} - \frac{1}{3} \times \left(-\frac{3}{2}\right)$$

$$\textcircled{2} 3x(2x+3y) - (x^2y - 5xy^2) \div y$$

$$\textcircled{3} \frac{3a-b}{2} - \frac{2a-b}{3}$$

$$\textcircled{4} \frac{3\sqrt{2} + \sqrt{8}}{\sqrt{10}} + (\sqrt{5})^3$$

【計算用紙】

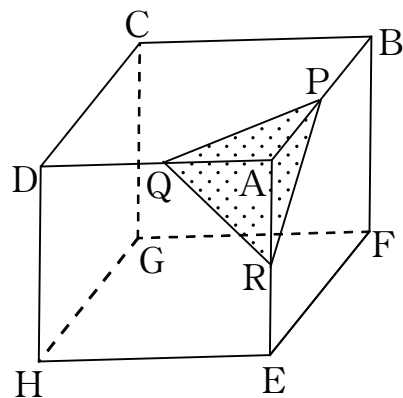
2 次の問いに答えよ。

① $(x+y+3)^2$ を展開せよ。

② 2次方程式 $(x+2)^2 - 3x = 5$ を解け。

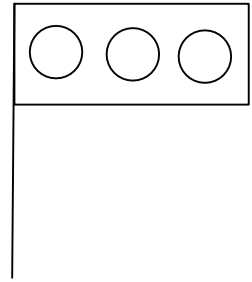
③ チョコレートとクッキーが合わせて72個ある。チョコレートの個数を $\frac{1}{2}$ 倍、クッキーの個数を $\frac{1}{3}$ 倍にすると、合わせて28個になった。最初にチョコレートは何個あったか。

④ 右の図のように、立方体 $ABCD-EFGH$ があり、辺 AB , AD , AE の中点をそれぞれ P , Q , R とする。立方体 $ABCD-EFGH$ の体積を1とすると、四面体 $A-PQR$ の体積はいくつになるか。



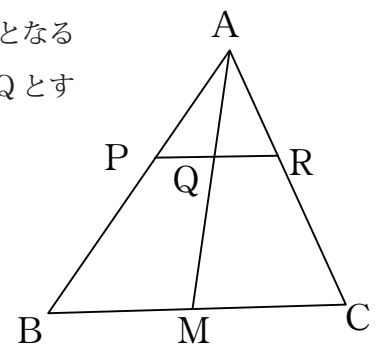
【計算用紙】

- ⑤ 右の図のように、おもちゃの信号機の○の部分に青色，黄色，赤色を自由にあてはめるとき，真ん中の○に黄色が入らない確率を求めよ。ただし，それぞれの色は1回ずつしか使えないものとする。



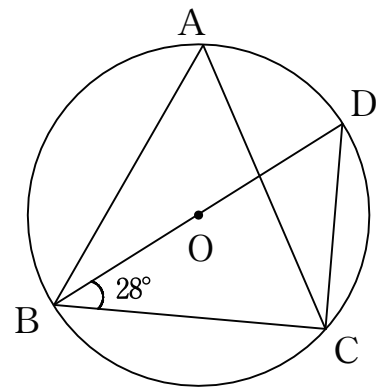
- ⑥ $\sqrt{\frac{360}{n}}$ が自然数となるような最小の自然数 n の値を求めよ。

- ⑦ 右の図のように， $\triangle ABC$ で，辺 BC の中点を M とする。また，辺 AB 上に $AP : PB = 1 : 2$ となるように点 P をとり， $PR \parallel BC$ となるように辺 AC 上に点 R をとった。線分 PR と線分 AM の交点を Q とすると， $QR = 1$ となった。このとき，辺 BC の長さを求めよ。



【計算用紙】

- ⑧ 右の図のように、A, B, C, Dは円周上の点である。また、円の中心をOとする。
 $\angle CBD = 28^\circ$ とするとき、 $\angle BAC$ の大きさを求めよ。



- ⑨ 3点 $(1, 2)$, $(3, 5)$, $(5, b)$ が一直線上にあるとき、 b の値を求めよ。

- ⑩ 関数 $y = -2x^2$ で、 x の変域が $-1 \leq x \leq 3$ のとき、 y の変域を求めよ。

【計算用紙】

3 長方形の壁がある。この壁に正方形のタイルをすき間なく貼るとき、1辺が3 cmのタイルを使うと288枚必要である。また、この壁は1辺が6 cmのタイルでもすき間なく貼ることが出来る。このとき、次の問いに答えよ。

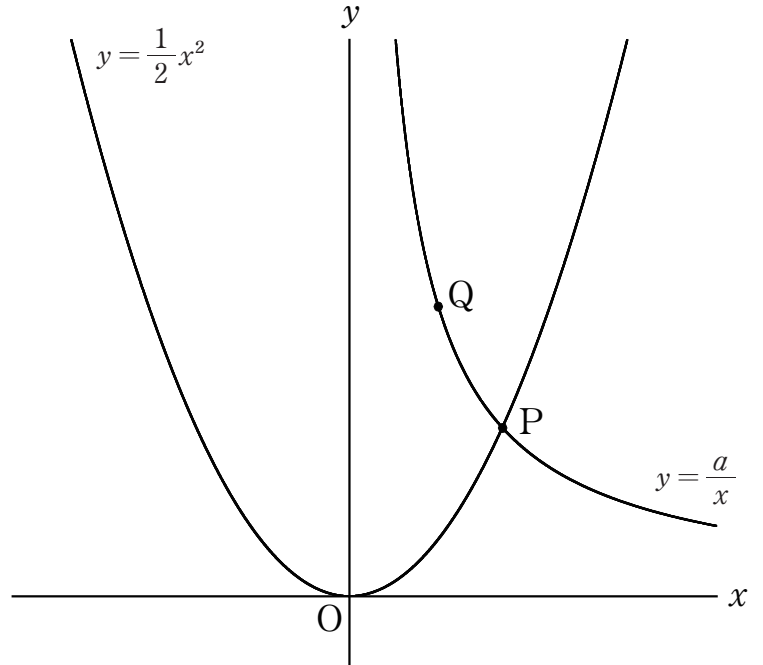
① この壁を1辺が6 cmのタイルですき間なく貼るとき、1辺が6 cmのタイルは何枚必要か。

② この壁の横の長さが縦の長さより6 cm長いとき、この壁の縦の長さを求めよ。

【計算用紙】

- 4 右の図は関数 $y = \frac{1}{2}x^2$ と $y = \frac{a}{x}$ ($x > 0$) のグラフである。ただし、 a は正の数とする。
 点 P は2つのグラフの交点で x 座標が2である。点 Q は $y = \frac{a}{x}$ 上の点で x 座標が1である。
 このとき、次の問いに答えよ。

① a の値を求めよ。



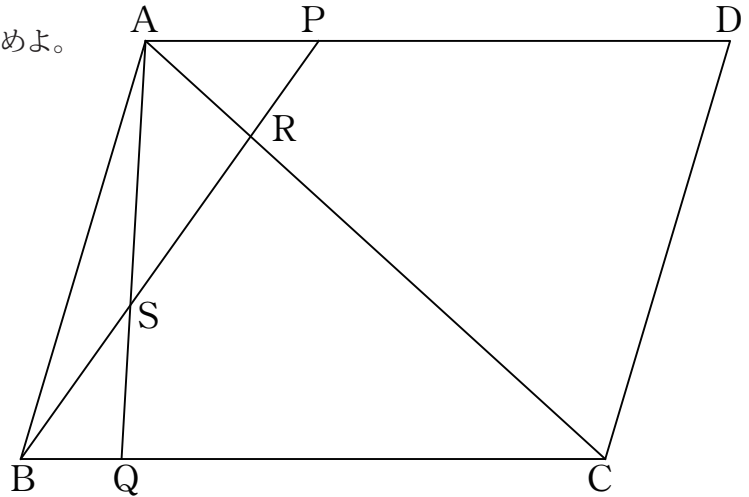
② $\triangle OPQ$ の面積を求めよ。

③ $\triangle OPQ$ と $\triangle OPR$ の面積が等しくなるような $y = \frac{1}{2}x^2$ 上の点 R の x 座標を求めよ。

【計算用紙】

- 5 右の図のような平行四辺形 ABCD があり、辺 AD を 1 : 2 に分ける点を P、辺 BC を 1 : 4 に分ける点を Q とする。線分 PB と線分 AC、AQ との交点をそれぞれ R、S とする。このとき、次の問いに答えよ。

- ① 線分の長さの比 $PR : RB$ を求めよ。



- ② 線分の長さの比 $AS : SQ$ を求めよ。

- ③ 平行四辺形 ABCD の面積が 64 のとき、四角形 SQCR の面積を求めよ。

【計算用紙】

6 ある規則にのっとり、数を1列に並べた。

1, 3, 5, 7, 9, …は、始まりが1で2ずつ大きくなっている。

このように一定の数を加えて出来た数の列について考える。

数の列について、 x 番目の数を以下のように定める。

最初の数を $\boxed{1}$, 2番目の数を $\boxed{2}$, 3番目の数を $\boxed{3}$ のように,
 x 番目の数を \boxed{x} と表すことにする。

例えば、上記の数の列 1, 3, 5, 7, 9, …について、

$$\boxed{1} = 1$$

$$\boxed{2} = 1 + 2 = 3$$

$$\boxed{3} = 1 + 2 + 2 = 5 \text{ となる。}$$

次の問いに答えよ。

① 上記の数の列 1, 3, 5, 7, 9, …において、

(i) 8番目の数 $\boxed{8}$ を求めよ。

(ii) x 番目の数 \boxed{x} を x を用いて表せ。

次に、数の列について最初の数から x 番目までの数の和を以下のように定める。

最初の数から x 番目までの数の和を $\triangle x$ と表すことにする。

例えば、上記の数の列 1, 3, 5, 7, 9, \dots について、

$$\triangle 1 = 1$$

$$\triangle 2 = 1 + 3 = 4$$

$$\triangle 3 = 1 + 3 + 5 = 9 \text{ となる。}$$

② 次の文章を読んで、A, B に入る式を以下の選択群 (ア) ~ (オ) から一つずつ選べ。

2, 3, 4, 5, 6 という最初の数が 2 で 1 ずつ大きくなり、5 番目まである数の列を考え、この列の最初の数から 5 番目までの数の和 $\triangle 5$ を求める。

実際に計算してみると $\triangle 5 = 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 20$ だが、これを工夫して計算できないか考え、足す順番を逆にした $\triangle 5 = 6 + 5 + 4 + 3 + 2$ を用いて以下の方法で解いてみた。

$$\begin{array}{r} \triangle 5 = 2 + 3 + 4 + 5 + 6 \\ + \triangle 5 = 6 + 5 + 4 + 3 + 2 \\ \hline 2 \times \triangle 5 = 8 + 8 + 8 + 8 + 8 \\ 2 \times \triangle 5 = 5 \times 8 \\ \triangle 5 = \frac{5 \times 8}{2} = 20 \end{array}$$

この考え方を用いて、最初の数が $\square 1$ で y ずつ大きくなっている数の列について、 x 番目までの和 $\triangle x$ を求める式が作れるかを考えた。

x 番目の数 $\square x$ を、 $\square 1$ と x と y を用いて表すと $\square x = A$ となる。

また上記の方法を用いて、最初の数から x 番目までの和 $\triangle x$ を、 $\square 1$ と x と y を用いて表すと $\triangle x = B$ となった。

A, B の $\square 1$, x , y に数字を代入することで、一定の数を加えて出来る数の列における x 番目の数や、最初の数から x 番目までの数の和を求めることができる。

<選択群>

(ア) $\frac{\square 1}{2}(\square 1 x + xy)$ (イ) $\frac{x}{2}\{2 \times \square 1 + (x-1)y\}$ (ウ) $\square 1 x + xy$

(エ) $xy + \square 1$ (オ) $\square 1 + (x-1)y$