2023 年度
全学統一入学試験

数　　学

【 注 意 事 項 】

(1) 試験監督の指示があるまでは、問題冊子を開いてはいけません。
(2) 解答時間は 60 分です。
(3) この問題冊子は 5 ページ、問題は【Ⅰ】から【Ⅲ】までです。
(4) 解答用紙は 1 枚です。
(5) 乱丁・落丁、印刷不鮮明などがある場合、手を挙げて試験監督に申し出なさい。
(6) 解答用紙には、必ず受験番号・氏名を正確に記入し、受験番号マーク欄にも受験番号を正確にマークしなさい。
(7) 解答はすべて別紙の解答用紙の所定欄にマークしなさい。
(8) 試験開始から終了までの間は、試験教室から退出できません。
(9) 問題冊子および解答用紙は室外に持ち出してはいけません。
(10)【Ⅲ】は出願する学部・プログラムによって問題が異なります。下記のいずれかを選択して解答しなさい。
※出願学部・プログラム以外の問題に解答した場合は無効になります。

出願学部・プログラム	【Ⅲ】のページ
教育学部・芸術学部・経営学部・観光学部・リベラルアーツ学部・農学部・工学部（数学教員養成プログラムをのぞく）	4 ページ
工学部（数学教員養成プログラム）	5 ページ

(11)**解答上の注意は、裏表紙に記載してあるので、この問題冊子を裏返して必ず読みなさい。**

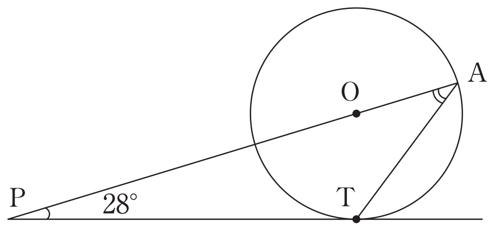
【Ｉ】 解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えよ。

(1) $x=1-\sqrt{2}$，$y=1+\sqrt{2}$，$z=-2$ のとき，$xy+yz+zx=$ $\boxed{アイ}$ であり，
$x^3yz+xy^3z+xyz^3=$ $\boxed{ウエ}$ である。

(2) 面積が $6\sqrt{3}$ である△ABC において，AB＝6，AC＝4 とする。このとき，BC＝ $\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}$
または BC＝ $\boxed{キ}\sqrt{\boxed{クケ}}$ である。

(3) 男子 5 人と女子 3 人が一列に並ぶとき，両端は男子で，どの女子も隣り合わない並べ方は
$\boxed{コサシス}$ 通りである。

(4) 右図において，O を円の中心，直線 PT を点 T における円の接線とする。また，A を円周上の点とし，線分 AP は点 O を通るものとする。
∠APT＝28° のとき，∠PAT＝ $\boxed{セソ}$ ° である。



(5) a，b を実数とする。整式 $P(x)=x^4-2x^3+ax^2+bx-3$ が $(x-1)^2$ で割り切れるとき，
$a=$ $\boxed{タチ}$，$b=$ $\boxed{ツ}$ である。

(6) a を実数とする。座標平面上の 2 直線 $x-2y+3=0$，$ax-y-1=0$ のなす角が $\dfrac{\pi}{3}$ のとき，
$a=$ $\boxed{テ}\pm\boxed{ト}\sqrt{\boxed{ナ}}$ である。

(7) $4x+y=16$，$x>0$，$y>0$ のとき，$\log_2 x+\log_2 y$ の最大値は $\boxed{ニ}$ である。

(8) 座標空間内の原点 O と点 A(1, 1, 2) を通る直線上の点で，点 B(1, 2, −1) との距離が最小になる点の座標は $\left(\dfrac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}, \dfrac{\boxed{ノ}}{\boxed{ハ}}, \dfrac{\boxed{ヒ}}{\boxed{フ}}\right)$ である。

【Ⅱ】 解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えよ。

(1) a を実数とする。2 次関数 $f(x)=-x^2+6x-8$ の $a \leqq x \leqq a+2$ における最大値を $M(a)$，最小値を $m(a)$ として，$g(a)=M(a)-m(a)$ とする。

$g(3)=$ $\boxed{\text{ア}}$ であり，a がすべての実数値をとりながら変化するとき，$g(a)$ の最小値は $\boxed{\text{イ}}$ である。

また，$g(a)=8$ のとき $a=$ $\boxed{\text{ウ}}$ または $a=$ $\boxed{\text{エ}}$ である。ただし，$\boxed{\text{ウ}} < \boxed{\text{エ}}$ とする。

(2) k を実数とする。4 次方程式 $3x^4-8x^3-6x^2+24x-k=0$ が負の解をもつときの k のとり得る値の範囲は $k \geqq$ $\boxed{\text{オカキ}}$ であり，異なる 4 個の実数解をもつときの k のとり得る値の範囲は $\boxed{\text{ク}} < k < \boxed{\text{ケコ}}$ である。

(3) 数列 $\{a_n\}$ は $a_1=1$，$a_{n+1}=5a_n-8n+14$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ を満たすとする。

$b_n=a_{n+1}-a_n$ とおくと，$b_1=$ $\boxed{\text{サシ}}$ であり，$b_{n+1}=\boxed{\text{ス}}\,b_n-\boxed{\text{セ}}$ $(n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots\cdots)$ が成り立つ。

また，数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n=\boxed{\text{ソ}}\cdot\boxed{\text{タ}}^{\,n-1}+\boxed{\text{チ}}\,n-\boxed{\text{ツ}}$ である。

【教育学部・芸術学部・経営学部・観光学部・リベラルアーツ学部・農学部・工学部（数学教員養成プログラムをのぞく）】

【Ⅲ】 解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えよ。

a を実数とする。座標平面上の 2 直線 $l_1 : ax+y-a+1=0$，$l_2 : x-ay+3a-4=0$ について考える。

(1) a の値によらず，直線 l_1 は点 $(\boxed{ア},\ \boxed{イウ})$ を通り，直線 l_2 は点 $(\boxed{エ},\ \boxed{オ})$ を通る。

(2) 2 直線 l_1，l_2 の交点を P とする。a がすべての実数値をとって変化するとき，点 P の軌跡は中心 $\left(\dfrac{\boxed{カ}}{\boxed{キ}},\ \boxed{ク}\right)$，半径 $\dfrac{\boxed{ケ}}{\boxed{コ}}$ の円のうち，点 $(\boxed{サ},\ \boxed{シ})$ を除いた部分となる。

(3) 点 $(x,\ y)$ が(2)で求めた軌跡上を動くとき，$(x-1)^2+(y-1)^2$ の最大値は $\boxed{スセ}$，最小値は $\boxed{ソ}$ である。

【工学部（数学教員養成プログラム）】

【Ⅲ】 解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークして答えよ。

n を自然数とし，座標平面上の曲線 $C : y = e^x$ について考える。曲線上の点 $\mathrm{P}_1(x_1,\ e^{x_1})$ における C の接線と x 軸との交点を $\mathrm{Q}_1(x_2,\ 0)$，点 Q_1 を通り x 軸に垂直な直線と曲線 C の交点を P_2 とする。

以下，同様に点 $\mathrm{P}_n(x_n,\ e^{x_n})$ における C の接線と x 軸との交点を $\mathrm{Q}_n(x_{n+1},\ 0)$，点 Q_n を通り x 軸に垂直な直線と曲線 C の交点を P_{n+1} とする。

$x_1 = 1$ のとき，以下の問いに答えよ。ただし，e は自然対数の底とする。

(1) a，b を実数とする。$x_2 = \boxed{\text{ア}}$ であり，$x_n = an + b$ とするとき，$a = \boxed{\text{イウ}}$，$b = \boxed{\text{エ}}$ である。

(2) 曲線 C，2 直線 $\mathrm{P}_n\mathrm{Q}_n$，$\mathrm{P}_{n+1}\mathrm{Q}_n$ で囲まれた図形の面積を S_n とするとき，

$$S_n = \frac{e^{-n+\boxed{\text{オ}}}\left(e - \boxed{\text{カ}}\right)}{\boxed{\text{キ}}}$$ である。

(3) (2)で求めた S_n に対して，$\displaystyle\sum_{n=1}^{\infty} S_n = \frac{e\left(e - \boxed{\text{ク}}\right)}{\boxed{\text{ケ}}\left(e - \boxed{\text{コ}}\right)}$ である。

解答上の注意

1．問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$ ，$\boxed{\text{イウ}}$ などには，特に指示がないかぎり，数字（0～9），符号（－，±）又は該当なしの記号(無)が入ります。**ア**，**イ**，**ウ**，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらを解答用紙の **ア**，**イ**，**ウ**，…で示された解答欄にマークして答えなさい。

例１　$\boxed{\text{アイウ}}$ に -83 と答えたいとき

ア	● ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 無
イ	－ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 ● 9 無
ウ	－ ± 0 1 2 ● 4 5 6 7 8 9 無

2．分数形で解答する場合は，既約分数で答えなさい。符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例２　$\dfrac{\boxed{\text{キク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として

キ	● ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 無
ク	－ ± 0 1 2 3 ● 5 6 7 8 9 無
ケ	－ ± 0 1 2 3 4 ● 6 7 8 9 無

3．求めた解が該当しない場合は，解答欄の該当する箇所の全てに「無」をマークすること。

例３　$\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ に $\dfrac{8}{3}$ と答えたいときは，該当なしなので

コ	－ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ●
サ	－ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ●
シ	－ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 ●